

УДК 532.516; 551.465

НЕЛИНЕЙНЫЙ ИНКРЕМЕНТ ВЕТРОВЫХ ВОЛН НА ВОДЕ И ИХ ВОЗБУЖДЕНИЕ ВБЛИЗИ ПОРОГА УСТОЙЧИВОСТИ

В. П. Реутов, Ю. И. Троицкая

В рамках квазилинейного приближения исследуются амплитудные зависимости инкремента волны на воде, возбуждаемых турбулентным ветром.

Проведенные в последнее время исследования генерации поверхностных волн турбулентным ветром показали, что роль нелинейных эффектов в этом процессе весьма существенна [1-3]. Наибольший интерес представляет определение амплитудной зависимости скорости роста (инкремента) поверхностных волн и деформации профиля средней скорости ветра в атмосферном пограничном слое. Квадратичная по амплитуде добавка к инкременту линейной задачи входит в динамическое уравнение для модулированных волн вблизи порога устойчивости [4]. Информация о зависимости инкремента от амплитуды может быть использована также для уточнения границ применимости теории слабой турбулентности поверхностных волн.

В ряде работ (см., например, [2, 3]) для анализа нелинейных эффектов взаимодействия волн с турбулентным ветром использовалось прямое численное моделирование, опирающееся на сложные схемы параметризации турбулентности. Однако нелинейные эффекты могут быть описаны с хорошей точностью на основе более простого подхода, основанного на использовании квазилинейного приближения [4].

В настоящей работе на основе квазилинейной модели исследуются нелинейные характеристики взаимодействия двумерных волн на воде с турбулентным ветром. В отличие от [4] взволнованная поверхность предполагается гидродинамически гладкой и рассматривается широкий диапазон длин волн и динамических скоростей трения ветра. Кроме того, изучается стационарная генерация волн вблизи порога устойчивости.

Рассмотрим турбулентный пограничный слой над поверхностью воды, вдоль которой распространяется двумерная гармоническая волна с волновым числом k и амплитудой возвышения a . Оси x и y декартовой системы координат направим вдоль поверхности и по нормали к ней. Предполагается, что координатная система движется с фазовой скоростью волны c . Введем ортогональные криволинейные координаты ξ и η с помощью

соотношений

$$x = \xi + \operatorname{Re}[iae^{ik\xi - k\eta}], \quad y = \eta + \operatorname{Re}[ae^{ik\xi - k\eta}], \quad (1)$$

Координатная линия $\eta = 0$ с точностью до $(ka)^2$ совпадает с профилем волн Стокса. Применение криволинейных координат позволяет корректно описать волновое поле при возвышениях a , превышающих толщину вязкого подслоя в турбулентном пограничном слое. Для турбулентных напряжений σ_{ij} воспользуемся простейшей градиентной моделью:

$$\sigma_{ij} = -\frac{2}{3}e\delta_{ij} + \nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (2)$$

Здесь e — средняя кинетическая энергия турбулентных пульсаций u_i — компоненты скорости в декартовых координатах, δ_{ij} — символ Кронекера ($i, j = 1, 2$). Коэффициент эффективной вязкости ветра ν равен сумме коэффициентов молекулярной (ν_a) и турбулентной вязкости. Предполагая поверхность воды гидродинамически гладкой, воспользуемся для ν выражением [5]

$$\nu = \nu_a [1 + \kappa \eta^+ (1 - e^{-(\eta^+/L)^2})], \quad (3)$$

где u_* — скорость трения ветра, $\kappa = 0,4$ — постоянная Кармана, $\eta^+ = \eta u_* / \nu_a$, $L \approx 22,4$.

Система уравнений гидродинамики, записанная через функцию тока ψ и завихренность χ , принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\chi J^3)}{\partial t} + J^2(\psi_\eta \chi_\xi - \psi_\xi \chi_\eta - J\Delta(\chi\nu)) = -2J\nu_{\eta\eta}\psi_{\xi\xi} - \\ - J_\eta((\psi_\eta\nu_\eta)_\eta - \nu_\eta\psi_{\xi\xi}) - J_\xi(2\nu_\eta\psi_{\xi\eta} - \psi_\xi\nu_{\eta\eta}) + \psi_\eta\nu_\eta \frac{J_\xi^2 + J_\eta^2}{J}, \quad (4) \end{aligned}$$

$$\psi_{\xi\xi} + \psi_{\eta\eta} = J\chi \quad (J = 1 - 2kae^{-k\eta} \cos k\xi + (ka)^2 e^{-2k\eta}).$$

Она должна быть дополнена граничными условиями непротекания и прилипания на поверхности раздела вода—воздух и условием отсутствия волновых возмущений на бесконечности. Для решения нелинейной системы (4) воспользуемся квазилинейной моделью в интерпретации [4], когда не учитываются высшие гармоники возмущения и решение ищется в виде

$$\chi = \chi_0(\eta) + \operatorname{Re}[\chi_1(\eta)e^{ik\xi}], \quad \psi = \psi_0(\eta) + \operatorname{Re}[\psi_1(\eta)e^{ik\xi}], \quad (5)$$

Средние поля $\chi_0(\eta)$ и $\psi_0(\eta)$ и амплитудные профили первой гармоники $\chi_1(\eta)$ и $\psi_1(\eta)$ удовлетворяют системе связанных уравнений. При этом в уравнениях для средних удерживаются члены второго порядка по малой

крутизне $ka \ll 1$. Контрольные вычисления с учетом второй гармоники показали, что ее вклад незначителен при достаточно малых ka . Средний волновой поток импульса зависит от вертикальной координаты η . Это приводит к деформации профиля средней скорости ветра $u_0(\eta)$, дающей амплитудную зависимость инкремента волны.

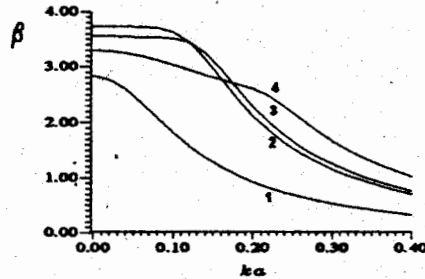


Рис. 1. Зависимость коэффициента взаимодействия волн с ветром β от крутизны волны при $k = 0,5 \text{ м}^{-1}$: 1 — $u_* = 18 \text{ см/с}$; 2 — $u_* = 23 \text{ см/с}$; 3 — $u_* = 24 \text{ см/с}$; 4 — $u_* = 30 \text{ см/с}$.

Используя сведение граничных условий к уровню $y = 0$, нетрудно показать, что в случае идеальной жидкости уравнение возбуждения поверхностной волны имеет вид $d\hat{a}/dt = -(i\rho_a/2c\rho_w)\hat{p}$, где \hat{p} и \hat{a} — комплексные амплитуды поверхностного давления, отнесенного к плотности воздуха ρ_a , и подъема поверхности ($|\hat{a}| = a$), ρ_w — плотность воды. В вязкой жидкости вблизи поверхности образуется динамический пограничный слой, благодаря которому в возбуждении волны участвует касательное напряжение, приложенное к поверхности жидкости. Пренебрегая течением в воде, для учета касательных и нормальных вязких напряжений достаточно сделать замену (см. об этом [7] с. 58) $\hat{p} \rightarrow \hat{p} - \hat{\sigma}_{22} + i\hat{\sigma}_{12}$, где $\hat{\sigma}_{22}$ и $\hat{\sigma}_{12}$ — комплексные амплитуды напряжений (2) (на поверхности $e = 0$). Расчеты проводились для безразмерного коэффициента взаимодействия волн с ветром β , через который выражается ветровая составляющая инкремента:

$$\gamma^{(a)} = \frac{1}{2}ck \frac{\rho_a}{\rho_w} \left(\frac{u_*}{kc} \right)^2 \beta. \quad (6)$$

Используя приведенное выше уравнение возбуждения волны, можно представить β в виде $\beta = 2\kappa^2(J/\rho_a u_*^2 k^2 a^2)$, где $J = (1/c)dE/dt$ — скорость увеличения импульса волны ($E = (1/2)\rho_w kc^2 a^2$ — плотность волновой энергии [7]). Поскольку $\rho_a u_*^2$ есть турбулентный поток импульса к воде, величина β по существу характеризует эффективность передачи импульса от течения к волне.

Конечно-разностная система уравнений для среднего течения и первой гармоники решалась методом итераций. При этом для решения систем линейных алгебраических уравнений использовался метод исключения Гаусса.

На рис. 1 показаны амплитудные зависимости коэффициента взаимодействия волн с ветром β для различных u_* . При малой крутизне волн ($ka \ll 1$) нелинейная добавка к инкременту квадратична по амплитуде:

$\beta = \beta_0 + \beta_1(ka)^2$. На рис. 2 представлены зависимости β_0 и параметра нелинейности β_1 от u_* для различных длин волн. Видно, что $\beta_1 < 0$ при значениях $k \geq 0,5 \text{ м}^{-1}$, при которых нелинейность уменьшает скорость роста волн. При $k \approx 0,5 \text{ м}^{-1}$ имеется небольшая область скоростей вблизи $u_*/c \approx 0,04$, где $\beta_1 > 0$, и, следовательно, нелинейность ускоряет рост волн. Однако, приращение β в этом случае невелико, и следует говорить, скорее, об исчезновении зависимости β от крутизны волны при малых ka .

Для рассмотрения процесса генерации волн вблизи порога устойчивости представим ветровую составляющую инкремента и декремент затухания волны из-за потерь в воде, соответственно, в виде: $\gamma^{(a)} = \gamma_0^{(a)} - \gamma_1^{(a)}(ka)^2$ и $\gamma = \gamma_0 + \gamma_1(ka)^2$, где $\gamma_0^{(a)}$ и $\gamma_1^{(a)}$ выражаются через β_0 и β_1 (см. (6)); $\gamma_0 = 2\nu_w k^2$ — скорость затухания волн на воде бесконечной глубины, (ν_w — кинематическая вязкость воды, γ_1 — параметр нелинейного затухания в воде). Значения скорости трения ветра u_{*c} и волнового числа k_c на пороге устойчивости находятся из условия $\gamma_0^{(a)} = \gamma_0$ с учетом дисперсионного соотношения для гравитационно-капиллярных волн. Расчеты в рамках нашей модели дают $u_* = 4,95 \text{ см/с}$ и $k_c = 1 \text{ см}$ (в теории Майлса [6], эти значения равны 4,4 см/с и 1,8 см).

При малых отклонениях u_* от u_{*c} можно записать уравнение Ландау для крутизны $s = ka$ волны с волновым числом $k = k_c$:

$$\frac{ds}{dt} = K(u_* - u_{*c})s - (\gamma_1 + \gamma_1^{(a)})s^3, \quad (7)$$

где $K = \left(\frac{\partial \gamma_0^{(a)}}{\partial u_*}\right)_c$. В стационарном режиме генерации (7) дает $s = C \left[\frac{U - U_c}{U_c}\right]^{1/2}$, где U и U_c — скорость ветра и ее критическое значение на произвольной высоте l в области логарифмического профиля скорости, C — постоянная, определенная выражением $C = [K u_{*c} / (\gamma_1^{(a)} + \gamma_1)]^{1/2}$. Вычисления дают $K = 0,12 \text{ см}^{-1}$, $\gamma_0^{(a)} = \gamma_0 = 0,02 \text{ с}^{-1}$ и $\gamma_1^{(a)} = 57\gamma_0^{(a)}$; $U_c = 1,4 \text{ м/с}$ на высоте $l = 5 \text{ м}$. Для определения γ_1 в [1] использовалась формула из работы [8]. В нашем случае эта формула дает значения $\gamma_1 = 5,6\gamma_0$. Таким образом, на пороге устойчивости $\gamma_1^{(a)}/\gamma_1 \approx 10,2$, то есть вклад нелинейности воздуха приблизительно на

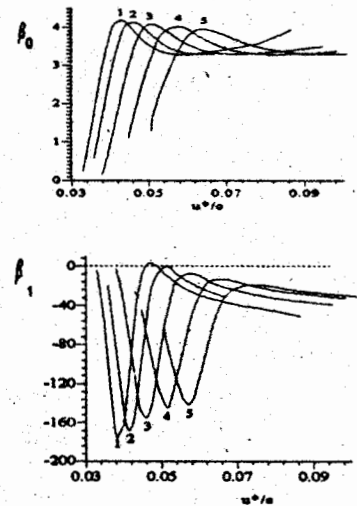


Рис. 2. Зависимость линейного коэффициента взаимодействия волны с ветром β_0 и параметра нелинейности β_1 от u_*/c : 1 — $k = 0,3 \text{ м}^{-1}$; 2 — $k = 0,5 \text{ м}^{-1}$; 3 — $k = 1 \text{ м}^{-1}$; 4 — $k = 2 \text{ м}^{-1}$; 5 — $k = 4 \text{ м}^{-1}$.

порядок превосходит вклад диссипативной нелинейности воды. При этом получается значение $C = 0,69$ вместо $C = 0,4$, найденного в [1], где учитывался только вклад нелинейности воды. Преобладание нелинейности воздуха можно объяснить тем, что при равенстве линейного поглощения и инкремента неустойчивости нелинейность усиливается вследствие резонансного взаимодействия волнового поля с ветром, несмотря на то, что эти резонансные эффекты ослабляются действием турбулентной вязкости.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Международного научного фонда (грант NOV000) и Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 93-05-8075).

ЛИТЕРАТУРА

1. Fabrikant A. L. //Wave Motion. 1980. V. 2. P. 355.
2. Chalikov D. V. //Boundary Layer Meteorol. 1986. V. 34. P. 63.
3. Al-Zanaidi M. A. and Hui W. H. //J. Fluid Mech. 1984. V. 148. P. 225.
4. Jenkins A. D. //J. Phys. Oceanogr. 1992. V. 22. N 8. P. 843.
5. Miles J. W. //J. Fluid Mech. 1962. V. 13, pt. 3. P. 433.
6. Смольяков А. В. //Акуст. ж. 1973. Т. 19. Вып. 3. С. 420.
7. Филлипс О. М. Динамика верхнего слоя океана. — Л.: Гидрометеиздат, 1980.
8. Красильников В. А., Павлов В. И. //Вестн. Моск. ун-та. Физика и Астрон. 1972. Т. 13. N 1. С. 94.

Институт прикладной физики
РАН, Н. Новгород

Поступила в редакцию
7 февраля 1995 г.

THE NONLINEAR GROWTH RATE OF WIND WATER WAVES AND THEIR EXCITATION NEAR THE STABILITY THRESHOLD

V. P. Reutov, Yu. I. Troitskaya

The amplitude dependences of the growth rate of water waves generated by the turbulent wind are theoretically investigated.